

УДК 532.5.296:534.12

**ДИНАМИКА ТЕЛА ПРИ УДАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ВОДЯНОЙ СТРУИ<sup>1)</sup>****Н.А. ХИСМАТУЛЛИНА***Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань**E-mail nailya\_hism@mail.ru***BODY DYNAMICS UNDER THE IMPACT OF A WATER JET****N.A. KHISMATULLINA***Institute of Mechanics and Engineering KazSC RAS, Kazan***Аннотация**

Рассматриваются упруго-пластические деформации, возникающие в теле в результате удара высокоскоростной кумулятивной струи жидкости, образующейся при коллапсе примыкающего к телу кавитационного пузырька. Тело моделируется как полупространство из идеального упруго-пластического материала. При построении закона нагружения считается, что кумулятивная струйка жидкости представляет собой цилиндрический столбик с полусферическим концом. Она бьет по телу ортогонально его поверхности. Основное внимание при исследовании уделено особенностям деформации поверхности тела.

**Ключевые слова:** Кавитационная эрозия, упруго-пластическое тело, остаточные деформации.

**Summary**

Elastic-plastic deformations which appear in a body as a result of impact of high-velocity cumulative liquid jet arising during collapse of an attached-to-the-body cavitation bubble are considered. The body is simulated as semi-space of perfect elastic-plastic material. While constructing the law of loading, the liquid jet is assumed to be a cylindrical column with the semi-spherical end. The jet strikes the body orthogonally to its surface. Main attention in the study is drawn to features of body surface deformations.

**Key words:** Cavitation erosion, elastic-plastic body, residual deformations.

---

**Введение**

Несмотря на наличие многочисленных работ в области кавитационной эрозии, анализ и прогноз механизмов эрозии остается актуальной задачей. Как правило, кавитационные пузырьки появляются при понижении давления жидкости ниже уровня давления ее насыщенных паров. Если в последующем давление жидкости становится выше давления насыщенных паров, то кавитационные пузырьки с силой схлопываются. Схлопывание кавитационных пузырьков создает шум, вызывает вибрацию, неблагоприятно отражается на функционировании различных работающих с жидкостями машин и механизмов (гидротурбин, жидкостных насосов, гребных винтов кораблей, подводных звукоизлучателей, жидкостных систем высотных самолётов и т.д.), снижая их коэффициент полезного действия, вызывая в них повреждения и даже разрушения. Согласно сформировавшимся к настоящему времени представлениям (например, [1]), наиболее разрушительным является режим, когда при схлопывании пузырька у стенки на его поверхности возникает высокоскоростная кумулятивная струя, которая бьет по телу, приводя в конечном итоге к кавитационному разрушению. Одиночный удар видимых изменений поверхности не вызывает, но многократно повторяющиеся удары приводят к эрозии материала. Для понимания природы такого разрушения важно изучить особенности однократного воздействия струи. Этому вопросу посвящено много работ

---

<sup>1)</sup> Работа выполнена в рамках Программы РАН №25П.

(например, [2]), большинство из которых являются экспериментальными. Между тем возможности экспериментального исследования происходящих внутри тела изменений весьма ограничены. Наблюдению в общем случае, и это отмечают многие авторы, доступны результаты воздействия на тело, но не сам его процесс. Поэтому для изучения особенностей процесса воздействия большое значение приобретает численное моделирование.

В настоящей работе изучается деформация поверхности тела при приложении нагрузки, характерной для ударного воздействия струи жидкости, возникающей на поверхности касающихся тела кавитационных пузырьков при их сжатии [3].

### 1. Постановка задачи

Рассматривается динамика приповерхностного слоя упруго-пластического тела при столкновении с его поверхностью струи жидкости. Струя цилиндрическая, с полусферическим концом, ударяется о неподвижное тело ортогонально его плоской поверхности (рис. 1а). Давление на поверхности тела вне области воздействия струи  $p_0 = 0.1$  МПа. Материал тела – никелевый сплав с плотностью  $\rho = 8000$  кг/м<sup>3</sup>, модулем упругости  $E = 196000$  МПа, коэффициентом Пуассона  $\nu = 0.3$ , пределом текучести при одноосном растяжении  $Y_0 = 125$  МПа. Такие сплавы используются для покрытий поверхностей деталей машин и механизмов, контактирующих с жидкостью, для их защиты от разрушительного воздействия кавитации. Жидкостью является вода с плотностью  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, скоростью звука  $c_0 = 1500$  м/с. Радиус струи  $R_j = 20$  мкм, ее скорость  $v_j = 300$  м/с. Подобные струи возникают на поверхности касающихся тела кавитационных пузырьков в процессе их схлопывания [4]. Нагрузка оказывается достаточной для появления в теле кратковременных пластических деформаций.

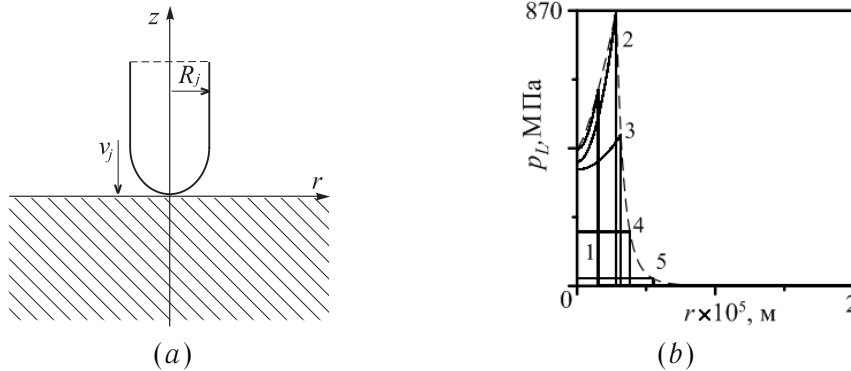


Рис. 1: Цилиндрическая струя жидкости с полусферическим концом в начале (при  $t = 0$ ) ударного воздействия на тело и используемая цилиндрическая система отсчета  $r, z$  (а). Радиальные профили нагрузки  $p_L(r, t)$  (сплошные линии) в пять моментов времени при  $v_j = 300$  м/с:  $t_1 = 0.19$  нс,  $t_2 = 0.70$  нс,  $t_3 = 0.84$  нс,  $t_4 = 1.29$  нс,  $t_5 = 2.58$  нс и их огибающие (штриховые линии) (b)

Закон нагружения аппроксимируется так же, как в работе [5], профили нагрузки  $p_L(r, t)$  в пять характерных моментов приведены на рис. 1b, тело считается изотропным и моделируется как упруго-пластическое полупространство, деформации и перемещения предполагаются малыми. Динамика тела описывается уравнениями

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial(S_{rr} - P)}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{S_{rr} - S_{\varphi\varphi}}{r}, & \rho \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial(S_{zz} - P)}{\partial z} + \frac{S_{rz}}{r}, \\
 \frac{\partial S_{rr}}{\partial t} &= \frac{2}{3}\mu \left( 2\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u}{r} \right), & \frac{\partial S_{zz}}{\partial t} &= -\frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} - 2\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} \right), \\
 \frac{\partial S_{\varphi\varphi}}{\partial t} &= -\frac{2\mu}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{2u}{r} \right), & \frac{\partial S_{rz}}{\partial t} &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right), \\
 \frac{\partial P}{\partial t} &= -K \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} \right)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $u, v$  – компоненты скорости по осям  $r$  и  $z$  соответственно;  $S_{rr}, S_{zz}, S_{\varphi\varphi}, S_{rz}$  – компоненты девиатора  $S$  тензора напряжений  $\sigma$ , записанные в цилиндрической системе координат,  $P$  – всестороннее (гидростатическое) давление;  $S = \sigma + Pg$ ;  $g$  – метрический тензор;  $\lambda = \rho(c_1^2 - 2c_2^2)$  и  $\mu = \rho c_2^2$  – параметры Ламе,  $K = \lambda + 2/3\mu$  – коэффициент объемного расширения,  $c_1$  и  $c_2$  – скорости распространения продольных и сдвиговых возмущений.

На поверхности тела  $z = 0$  полагается

$$\sigma_z = -p_L(r, t), \tau_{rz} = 0. \quad (2)$$

На бесконечно удаленных границах тело считается невозмущенным. В начальный момент (при  $t = 0$ )

$$\sigma_z = -p_0, \sigma_r = \sigma_\phi = -\lambda(\lambda + 2\mu)^{-1}p_0, \tau_{rz} = 0, u = v = 0. \quad (3)$$

Задача (1)–(3) решается численно классическим методом С.К. Годунова [6] на квадратной сетке с шагом  $h$ . Бесконечно удаленные границы  $r = \infty, z = -\infty$  заменяются искусственными  $r = h_s, z = -h_s$  [7]. На искусственных границах расчетной области ставятся неотражающие краевые условия [8]. В пластических зонах выполняется условие текучести Мизеса  $\sigma_i = Y_0$ ,  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений,

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + (\sigma_z - \sigma_\phi)^2 + (\sigma_r - \sigma_\phi)^2 + 6\tau_{rz}^2},$$

где  $\sigma_z = S_{zz} - P$ ,  $\sigma_r = S_{rr} - P$ ,  $\sigma_\phi = S_{\phi\phi} - P$ ,  $\tau_{rz} = S_{rz}$  – компоненты тензора напряжений  $\sigma$  в цилиндрических координатах.

Если условие текучести нарушается, то есть если  $\sigma_i$  в некоторой точке расчетной области превышает предел текучести, то девиатор тензора напряжений корректируется [9]

$$S_{corr} = \frac{Y_0}{\sigma_i} S. \quad (4)$$

## 2. Деформация поверхности тела.

Рис. 2 демонстрирует динамику поверхности тела после удара струи в окрестности центральной точки ( $r = 0, z = 0$ ) в восемь характерных моментов: при  $t = 0.19$  нс ( $a$ );  $0.70$  нс ( $b$ );  $1.29$  нс ( $c$ );  $1.94$  нс ( $d$ );  $2.58$  нс ( $e$ );  $3.88$  нс ( $f$ );  $6.46$  нс ( $g$ );  $13.57$  нс ( $h$ ).

Видно, что сразу после удара струи на поверхности тела появляется ямка (рис. 2  $a$ ), сначала небольшая, затем ее глубина растет, а к моменту  $t = 0.70$  нс, когда величина нагрузки становится максимальной, у края ямки появляется выступ (рис. 2  $b$ ). Далее (рис. 2  $c$ ) глубина ямки продолжает расти, размеры выступа тоже увеличиваются. При  $t > 1.29$  нс площадь поверхности, подвергающейся деформации, растет, поверхность колеблется, размеры выступа и глубина ямки меняются (рис. 2  $c$ – $g$ ). В момент  $t = 1.94$  нс (рис. 2  $d$ ) глубина ямки максимальна, после этого она начинает уменьшаться. К моменту  $t = 13.57$  нс все изменения прекращаются, деформации, представленные на рис. 2  $h$ , являются остаточными. Таким образом, остаточная глубина ямки в материале с рассмотренными параметрами в результате удара струи с радиусом  $R_j = 20$  мкм и скоростью  $v_j = 300$  м/с составляет  $18$  нм, а остаточная высота выступа –  $3$  нм. Следует отметить, что эти деформации в результате однократного воздействия водяной микроструи являются малыми. Однако многократные удары таких струй, следующие друг за другом, приводят к тому, что ямки становятся все глубже и глубже, размеры выступов растут, их количество увеличивается, поверхность становится заметно неровной и возникающие при этом сдвиговые напряжения приводят к уносу вещества (эрозии) и даже разрушению поверхности тел.

## 3. Заключение.

Численно исследована динамика поверхности упруго-пластического тела при ударном воздействии струи жидкости. Струя цилиндрическая с полусферическим концом, бьет по телу ортогонально его поверхности. Тело моделируется изотропным линейно-упругим полупространством. Его пластическое состояние описывается условием Мизеса. Рассмотрено тело из никелевого сплава ( $\rho = 8000$  кг/м<sup>3</sup>,

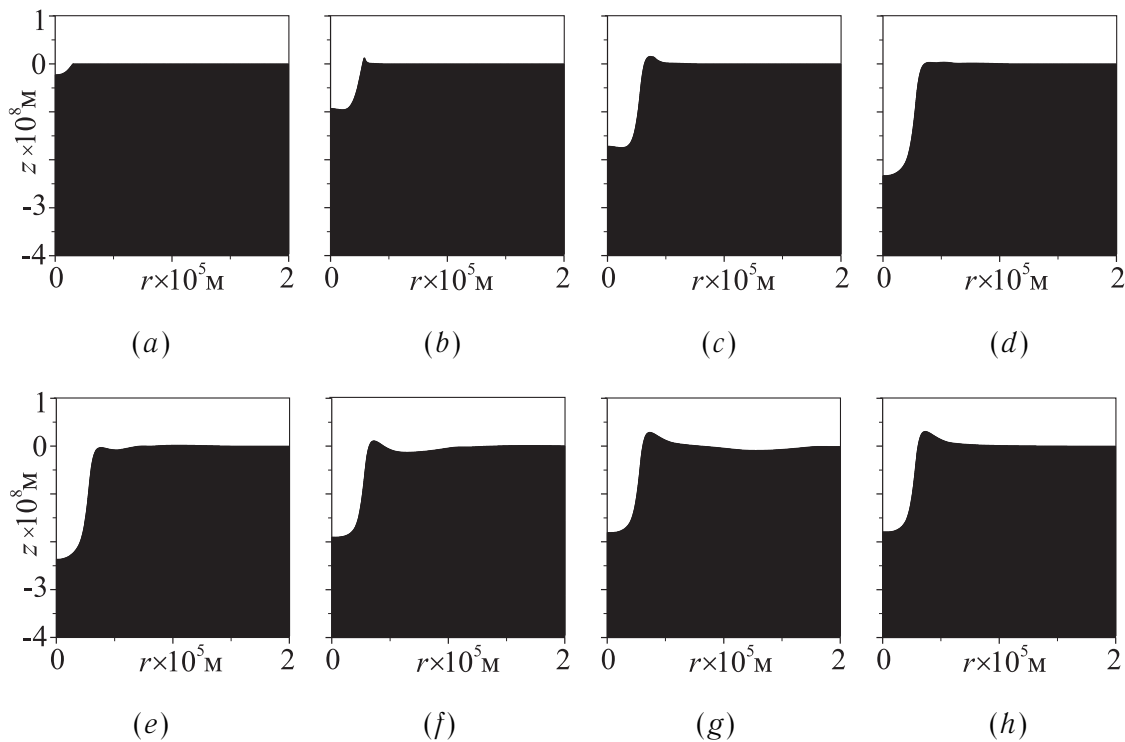


Рис. 2: Динамика поверхности тела после удара струи (область тела закрашена темным цветом)

$c_1 = 5742.9$  м/с,  $c_2 = 3069.7$  м/с, предел текучести  $Y_0 = 125$  МПа) при ударе по его поверхности водяной струи ( $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_0 = 1450$  м/с,  $R_j = 20$  мкм) со скоростью  $v_j = 300$  м/с. Выявлены особенности деформации поверхности тела и параметры остаточной деформации. В частности, остаточная глубина ямки в материале составляет 18 нм, а остаточная высота выступа — 3 нм. Хотя деформации в результате однократного воздействия водяной микроструи являются малыми, многократные удары таких струй, следующие друг за другом, приводят к тому, что ямки становятся глубже, выступы увеличиваются, их количество растёт, поверхность становится заметно неровной и возникающие вследствие этого сдвиговые напряжения приводят к уносу вещества (эрозии) и даже разрушению поверхности тел.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Preece C.V., Brunton J.H. A comparison of liquid impact erosion and cavitation erosion // Wear. — 1980. — V. 60. — P. 269-284.
2. Field J.E., Camus J.-J., Tinguely M., Obreschkow D., Farhat M. Cavitation in impacted drops and jets and the effect on erosion damage thresholds // Wear. — 2012. — V. 290-291. — P. 154-160.
3. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Халитова Т.Ф. Ударное воздействие струи на жесткую стенку // Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 20-летию ИММ КазНЦ РАН. — Т1. — Казань: Фолиант. — 2011. — С.134-145.
4. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г. Схлопывание кавитационного пузырька в жидкости вблизи твердой стенки // Вестник Башкирского ун-та. — 2013. — Т. 18, № 1. — С. 15–21.
5. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Хисматуллина Н.А. Упруго-пластические деформации в теле при ударном воздействии кавитационного пузырька // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. — 2013. — Т. 155, Кн 2. — С. 131–143.

6. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М: Наука, 1976. — 400 с.
7. Аганин А.А., Малахов В.Г., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Расчет ударного воздействия кавитационного пузырька на упругое тело // Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы VIII Всеросс. конф. — Казань: Казан. ун-т, 2010. — С.42-48
8. Ильгамов М.А., Гильманов А.Н.. Неотражающие условия на границах расчетной области. — М: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 240 с.
9. Уилкинс М.Л. Расчет упруго-пластических течений. — Вычислительные методы в гидродинамике. — М: Мир, 1967. — С. 212–263.

## REFERENCES

1. Preece C.V., Brunton J.H. A comparison of liquid impact erosion and cavitation erosion // Wear. — 1980. — V. 60. — P. 269–284.
2. Field J.E., Camus J.-J., Tinguely M., Obreschkow D., Farhat M. Cavitation in impacted drops and jets and the effect on erosion damage thresholds // Wear. — 2012. — V. 290-291. — P. 154–160.
3. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Khalitova T.F. Jet impact on a rigid wall [Udarnoye vozdeystviye strui na zhestkuyu stenku] // Aktualnye problemy mekhaniki sploshnoy sredy. — V. 1. — Kazan: Foliant, 2011. — P. 134–145. (in Russian)
4. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. Collapse of a cavitation bubble in liquid near a rigid wall [Skhlopyvaniye kavitatsionnogo puzyr'ka v zhidkosti vblizi tverдой stenki] // Vestnik Bashkirskogo universiteta. — 2013. — V. 18, № 1. — P. 15–21. (in Russian)
5. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Khismatullina N.A. Elastic-plastic deformations in a body under the impact of a cavitation bubble [Uprugo-plasticheskiye deformatsiyi v tele pri udarnom vozdeystviyi kavitatsionnogo puzyr'ka] // Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya fiziko-matematicheskiye nauki. — 2013. — V. 155, Is. 2. — P. 131–143. (in Russian)
6. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Krayko A.N., Prokopov G.P. Numerical solving of gas dynamics multidimensional problem [Chislennoye resheniye mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki]. — Moscow: Nauka, 1976. — 400 p. (in Russian)
7. Aganin A.A., Malakhov V.G., Khalitova T.F., Khismatullina N.A. Calculation of impact of a cavitation bubble on an elastic body [Raschet udarnogo vozdeystviya kavitatsionnogo puzyr'ka na uprugoye telo] // Setochnye metody dlya kraevykh zadach i prilozheniya. — Kazan: Kazanskiy universitet, 2010. — P. 42–48 (in Russian)
8. Ilgamov M.A., Gilmanov A.N. Nonreflecting conditions on the boundary of computational domain [Neotrazhayushiyе usloviya na granitsakh racchetnoy oblasti]. — Moscow: FIZMATLIT, 2003. — 240 p. (in Russian)
9. Wilkins M.L. Calculation of elastic-plastic flow // Methods in Computational Physics. — V. 3, Fundamental Methods in Hydrodynamics. — New York: Academic Press, 1964. — P. 211–263.